

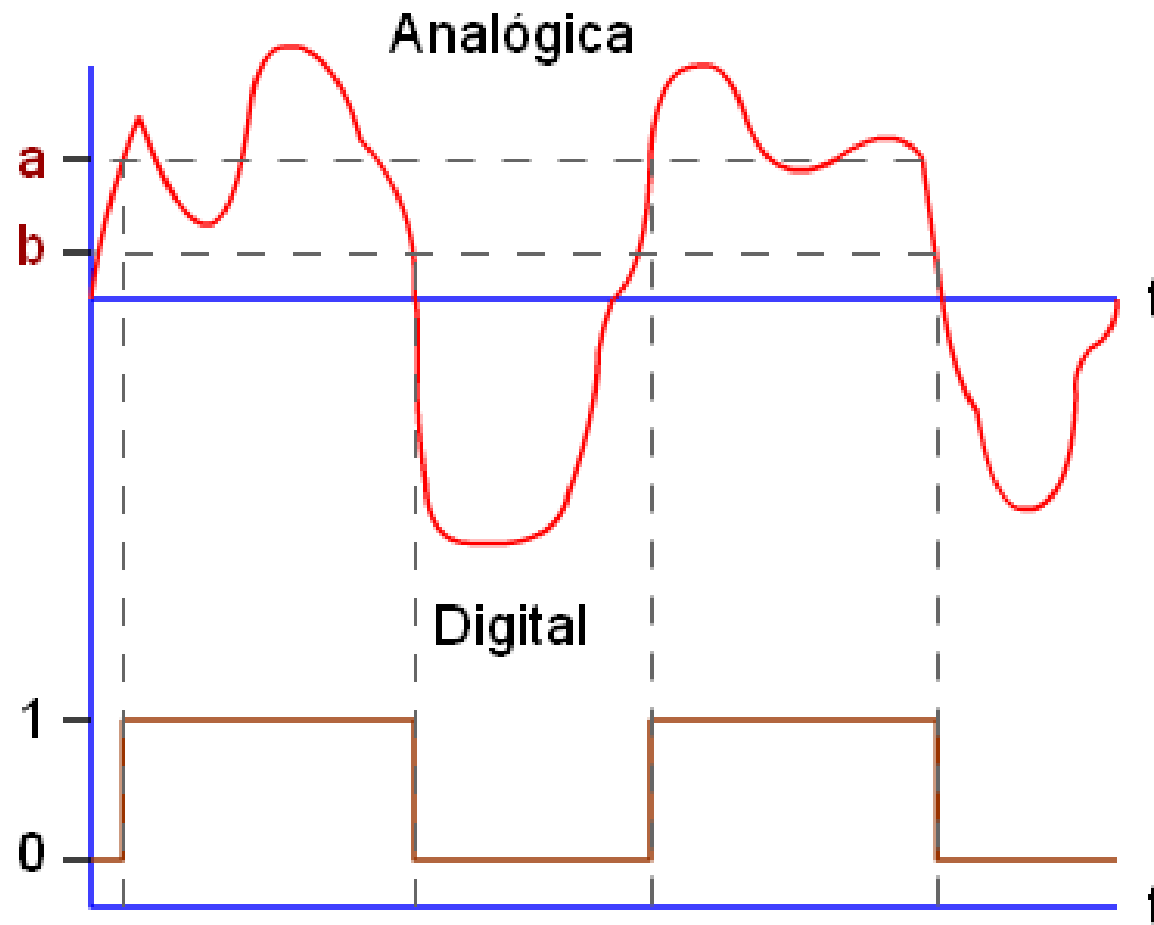
Unidad Didáctica

Electrónica Digital



4º ESO

Analógico y Digital



Sistema Binario - Decimal

Conversión de Binario a Decimal:

El número **11010,11** en base 2 es:

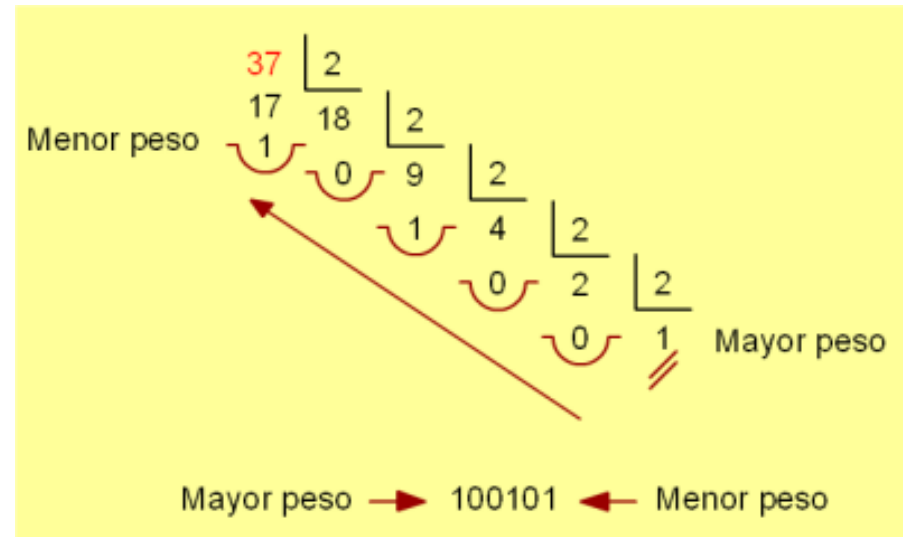
$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + 0,5 + 0,25 = 26,75$$

El número **26,75** en base decimal

Conversión de Decimal a Binario:

El número **37** en base decimal es:

37 en base 10 = **100101** en base binaria



Sistema Hexadecimal – Decimal

Conversión de Hexadecimal a Decimal:

El número **3A1** en base 16 es:

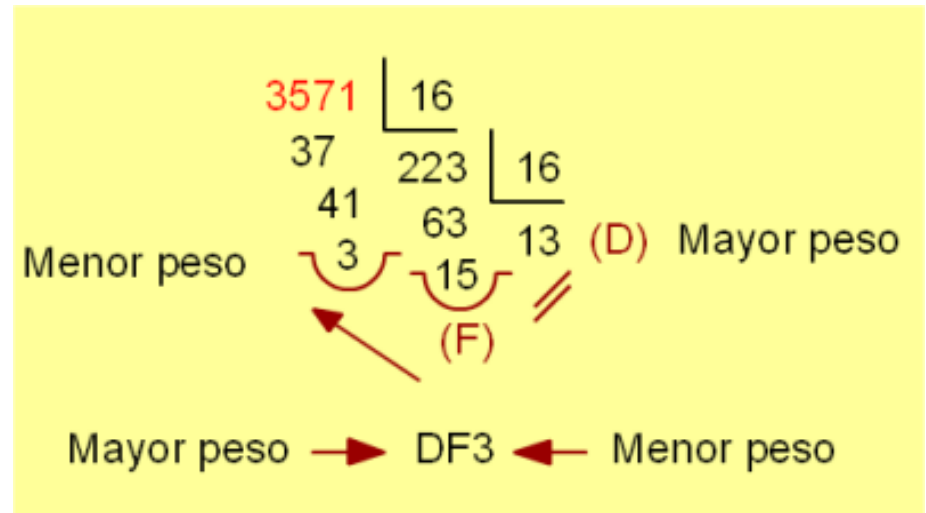
$$3 \times 16^2 + (A)10 \times 16^1 + 1 \times 16^0 = 768 + 160 + 1 = 929$$

El número **929** en base decimal

Conversión de Decimal a Hexadecimal:

El número **3571** en base decimal es:

3571 en base 10 = **DF3** en base hexadecimal



Hexadecimal, Binario y Decimal

Hexadecimal	Decimal	Binario
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Sistema Hexadecimal – Binario

Conversión de Hexadecimal a Binario:

El número **15E8** en base 16 es:

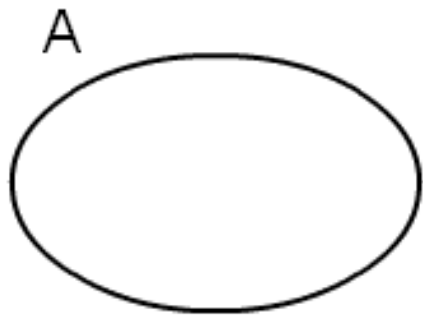
15E8 = 0001,0101,1110,1000 = **0001010111101000** en base binaria

Conversión de Binario a Hexadecimal:

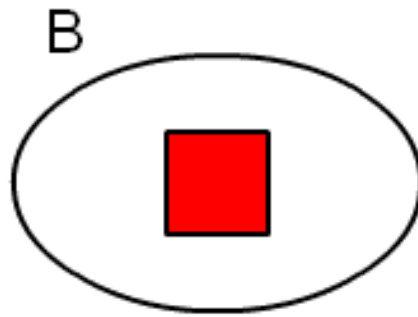
El número **11011010110110** en base binaria es:

11,0110,1011,0110 = **36B6** en base hexadecimal

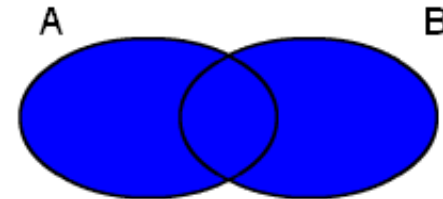
Álgebra de Boole



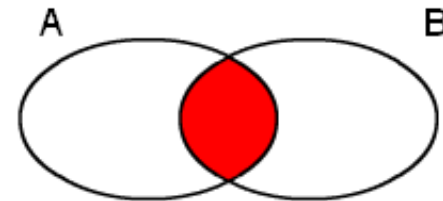
Vacío



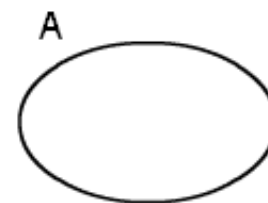
Lleno



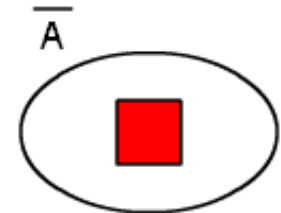
Unión (\cup) ($+$)



Intersección (\cap) (\cdot)



Vacío



Lleno

Complementario

Operaciones lógicas básicas

Funciones

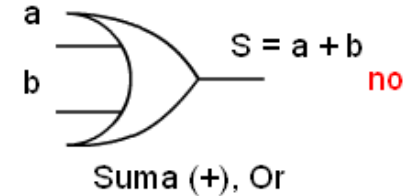
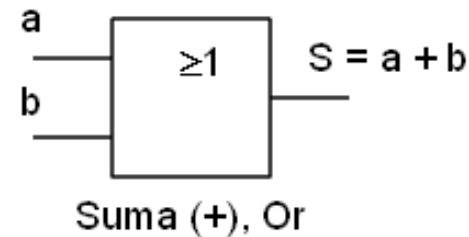
Tabla de verdad

Símbolos

Símbolos antiguos

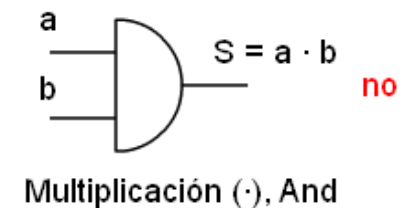
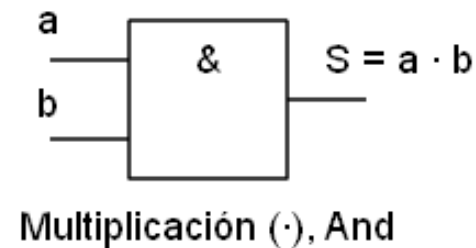
Suma (OR):
 $S = a + b$

b	a	$S = a + b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



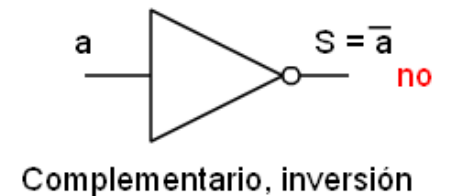
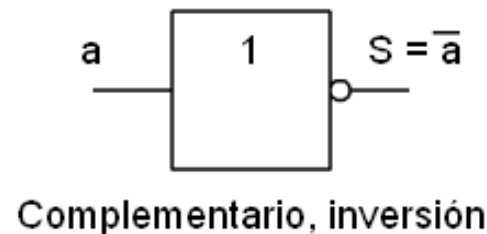
Multiplicación (AND):
 $S = a \cdot b$

b	a	$S = a \cdot b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



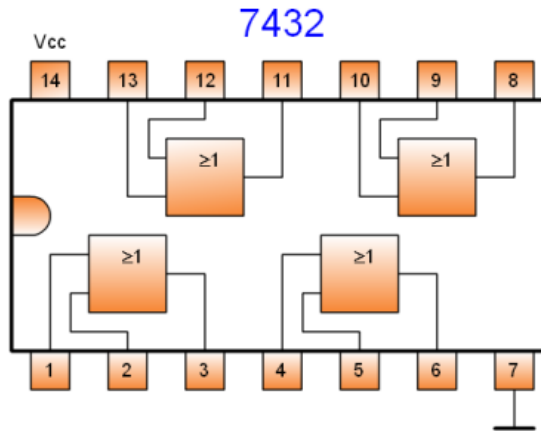
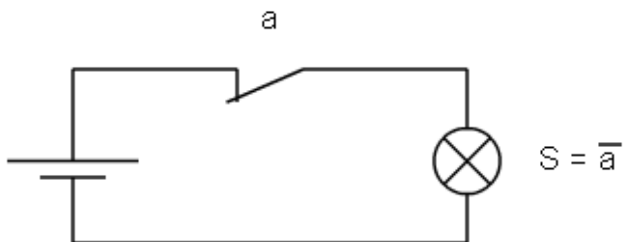
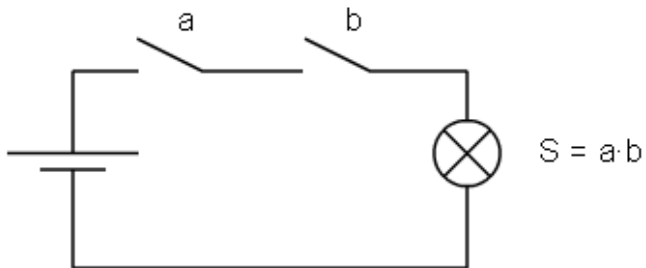
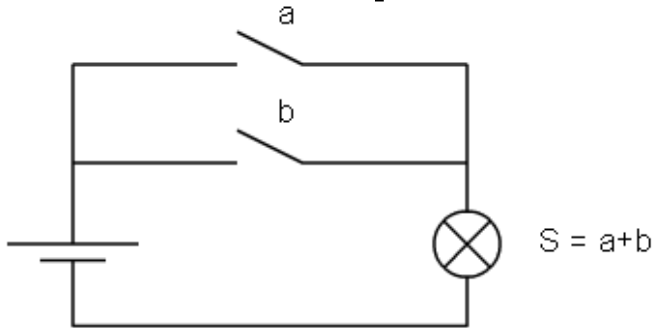
Negación ($\bar{}$):
 $S = \bar{a}$

a	$S = \bar{a}$
0	1
1	0



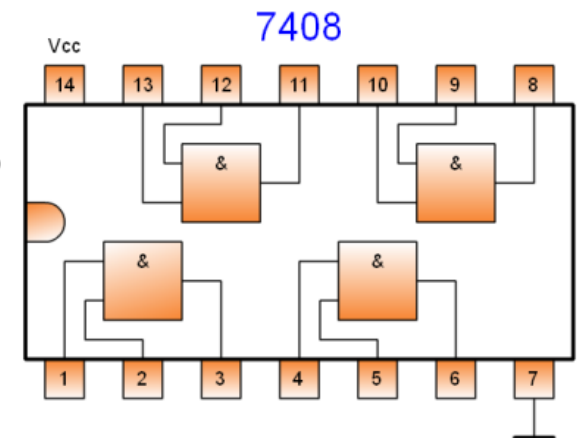
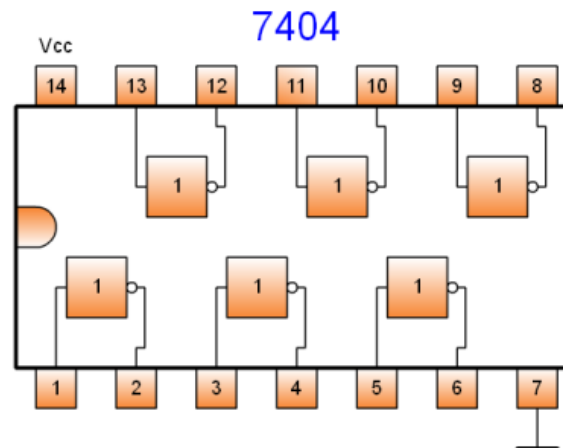
Puertas lógicas

Con interruptores



Suma (OR): $S = a + b$

Multiplicación (AND): $S = a \cdot b$



Negación ($\bar{}$): $S = \bar{a}$

Más funciones lógicas

Funciones

Tabla de verdad

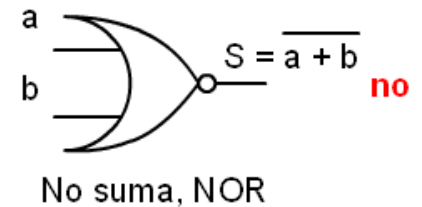
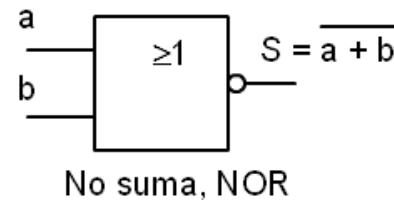
Símbolos

Símbolos antiguos

Suma negada (NOR):

$$S = \overline{a + b}$$

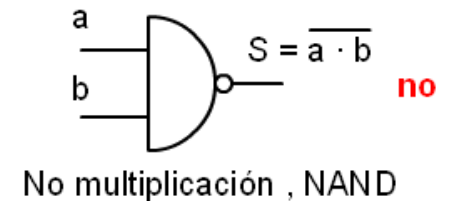
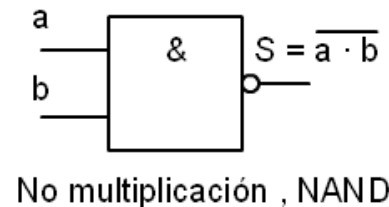
b	a	$S = \overline{a + b}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Multiplicación negada (NAND):

$$S = \overline{a \cdot b}$$

b	a	$S = \overline{a \cdot b}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

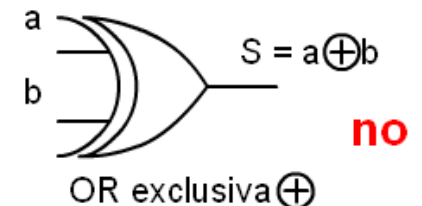
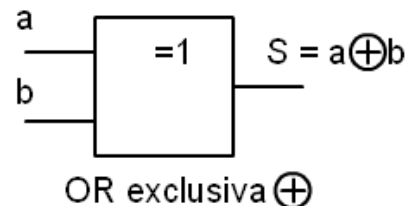


OR exclusiva (EXOR):

$$S = a \oplus b$$

$$S = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

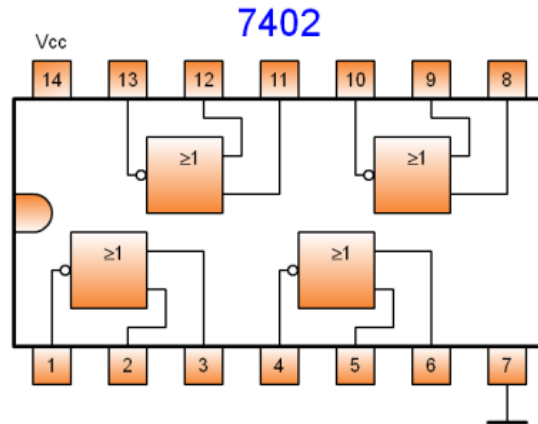
b	a	$S = a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Más puertas lógicas

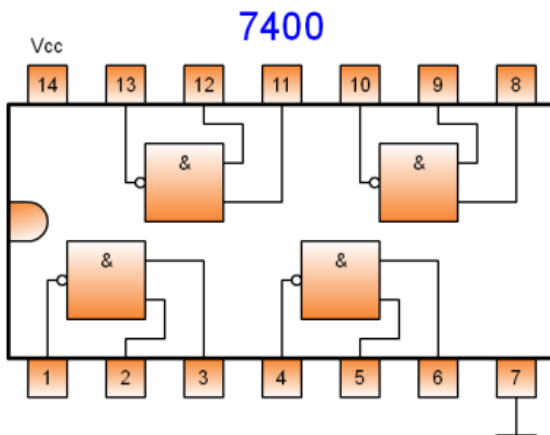
Suma negada (NOR):

$$S = \overline{a + b}$$



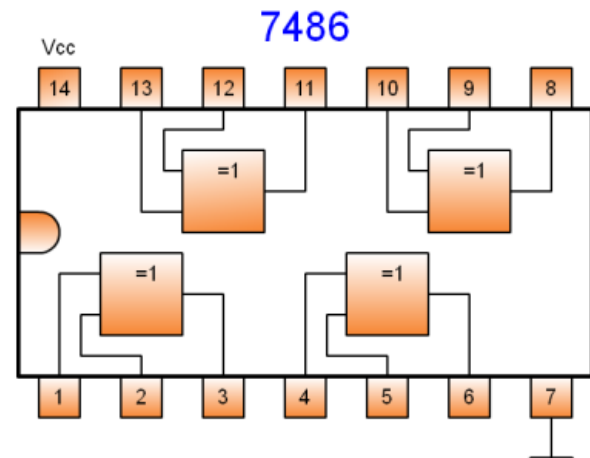
Multiplicación negada (NAND):

$$S = \overline{a \cdot b}$$



OR exclusiva (EXOR):

$$S = a \oplus b$$



Propiedades del álgebra de Boole

1) Conmutativa

- $a+b = b+a$
- $a \cdot b = b \cdot a$

2) Asociativa

- $a+b+c = a+(b+c)$
- $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

3) Distributiva

- $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$
- $a+(b \cdot c) = (a+b) \cdot (a+c)$ ¡ojo!

4) Elemento neutro

- $a+0 = a$
- $a \cdot 1 = a$

5) Elemento absorbente

- $a+1 = 1$
- $a \cdot 0 = 0$

6) Ley del complementario

- $a+\bar{a} = 1$
- $a \cdot \bar{a} = 0$

7) Idempotente

- $a+a = a$
- $a \cdot a = a$

8) Simplificativa

- $a+a \cdot b = a$
- $a \cdot (a+b) = a$

9) Teoremas de Demorgan

- $\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$
- $\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$

Funciones lógicas

Función lógica

$$S = a \cdot b + \bar{a} \cdot c + (a + b) \cdot \bar{c}$$

Se puede obtener de dos formas, como suma de productos (**Minterms**) o como producto de sumas (**Maxterms**).

Tabla de verdad

a	b	c	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Por Minterms

$$S = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot c$$

Por Maxterms

$$S = (a + b + c) \cdot (a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)$$

Simplificación por propiedades

Función lógica

$$S = a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

Propiedad Distributiva, agrupamos términos en parejas con el mayor número posible de variables iguales.

$$S = a \cdot b \cdot (c + \bar{c}) + \bar{a} \cdot c \cdot (b + \bar{b})$$

Ley del complementario

$$S = a \cdot b \cdot 1 + \bar{a} \cdot c \cdot 1$$

Elemento neutro

$$S = a \cdot b + \bar{a} \cdot c$$

Mapas de Karnaugh

Dos variables

Variables a y b

b \ a	0	1	
	0	1	
0	0	1	0
1	2	3	1

Tres variables

Variables a, b y c

c \ a b	00	01	11	10	
	0	1	2	3	
0	0	2	3	1	a)
1	4	6	7	5	

c b \ a	0	1	
	0	1	
00	0	1	000 0
01	2	3	001 1
11	6	7	010 2
10	4	5	011 3

Cuatro variables

Variables a, b, c y d

d c \ a b	00	01	11	10	
	0	1	2	3	
00	0	2	3	1	a)
01	4	6	7	5	
11	12	14	15	13	b)
10	8	10	11	9	

d c b a	
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

Simplificación por Karnaugh

1.-Tabla de verdad

a	b	c	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

2.- Mapa de tres variables de S

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c	0	0 ₀	0 ₂	1 ₃	1 ₁
	1	1 ₄	0 ₆	1 ₇	0 ₅

3.- Agrupamos unos

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c	0	0 ₀	0 ₂	1 ₃	1 ₁
	1	1 ₄	0 ₆	1 ₇	0 ₅

4.- Función obtenida

$$S = a \cdot \bar{c} + a \cdot b + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

5.- Función más simplificada

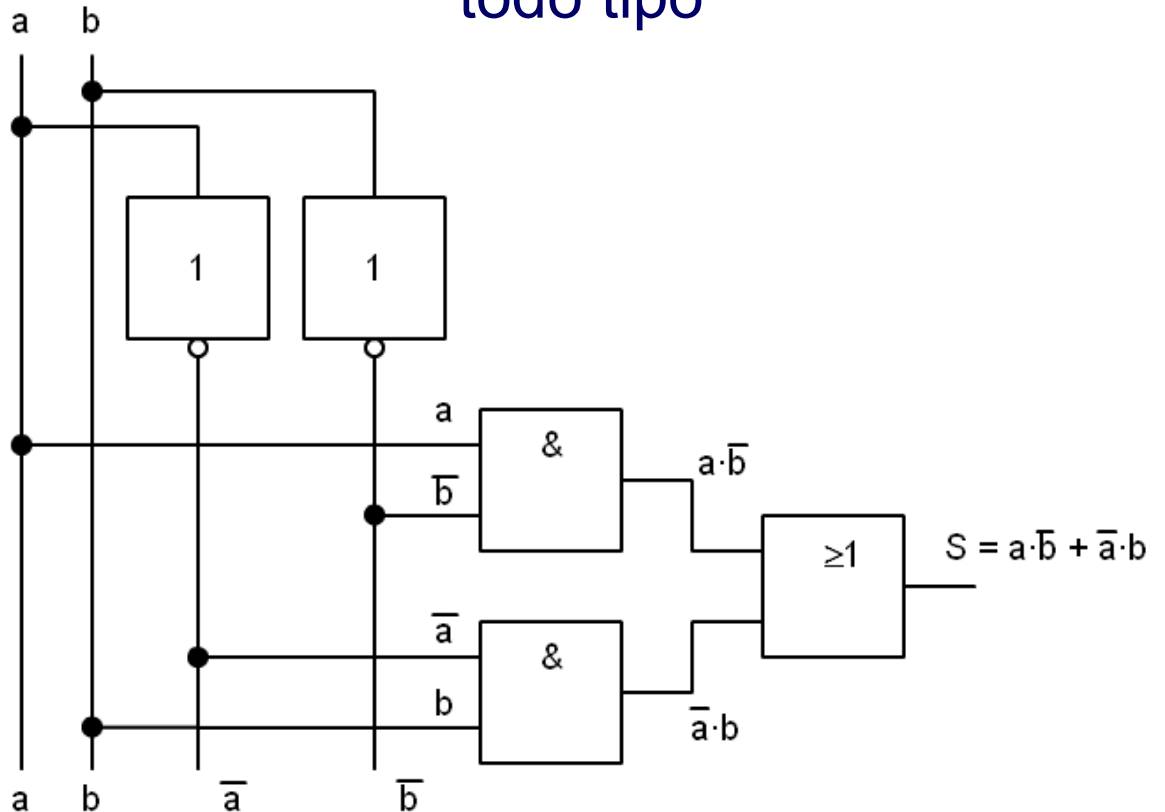
$$S = a \cdot (\bar{c} + b) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

Implementación con puertas

Función

$$S = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

Función implementada con puertas de todo tipo

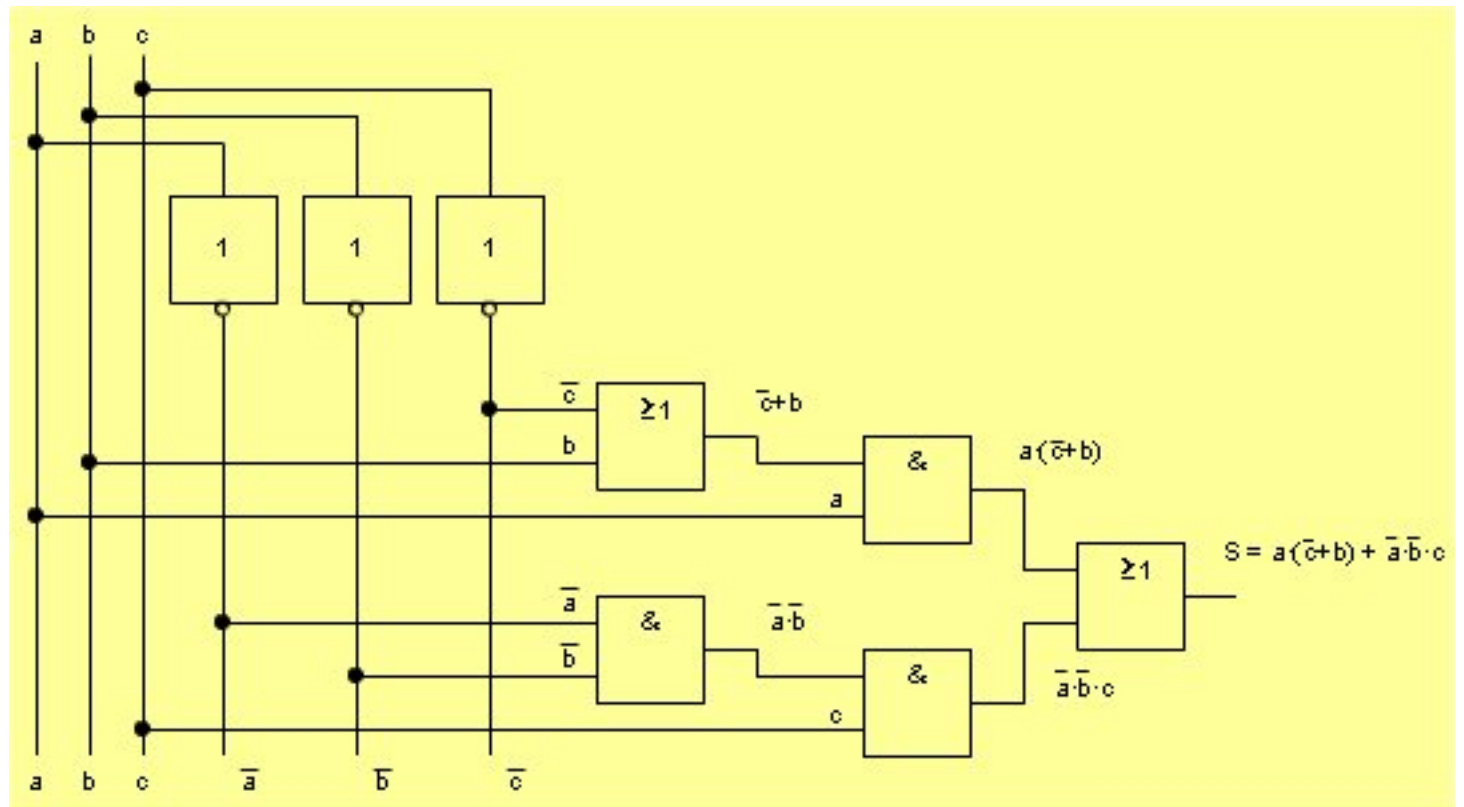


Implementación puertas de todo tipo

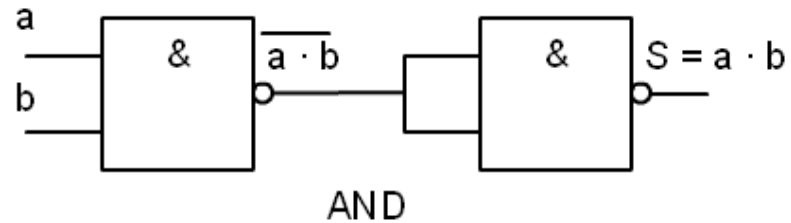
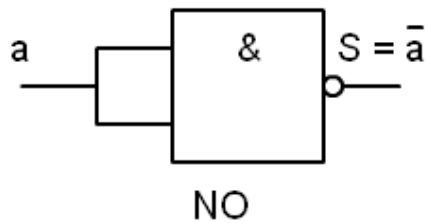
Función

$$S = a \cdot (\bar{c} + b) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

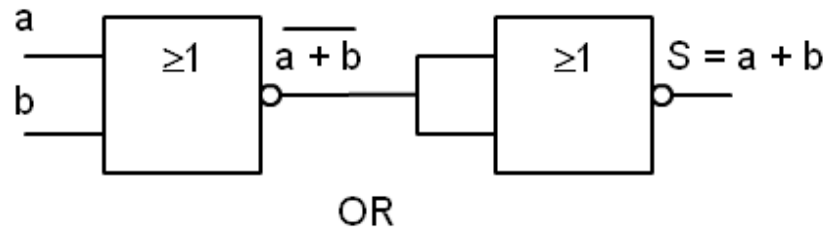
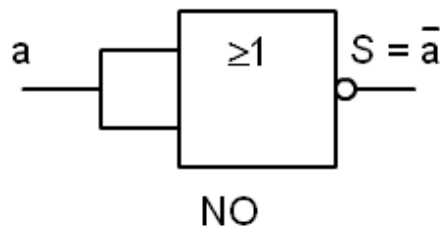
Función implementada con puertas de todo tipo



Puertas AND-NAND OR-NOR



Puertas Inversora y AND a partir de puertas NAND



Puertas Inversora y OR a partir de puertas NOR

Funciones sólo NAND

Teoremas de Demorgan

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

Función

$$S = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

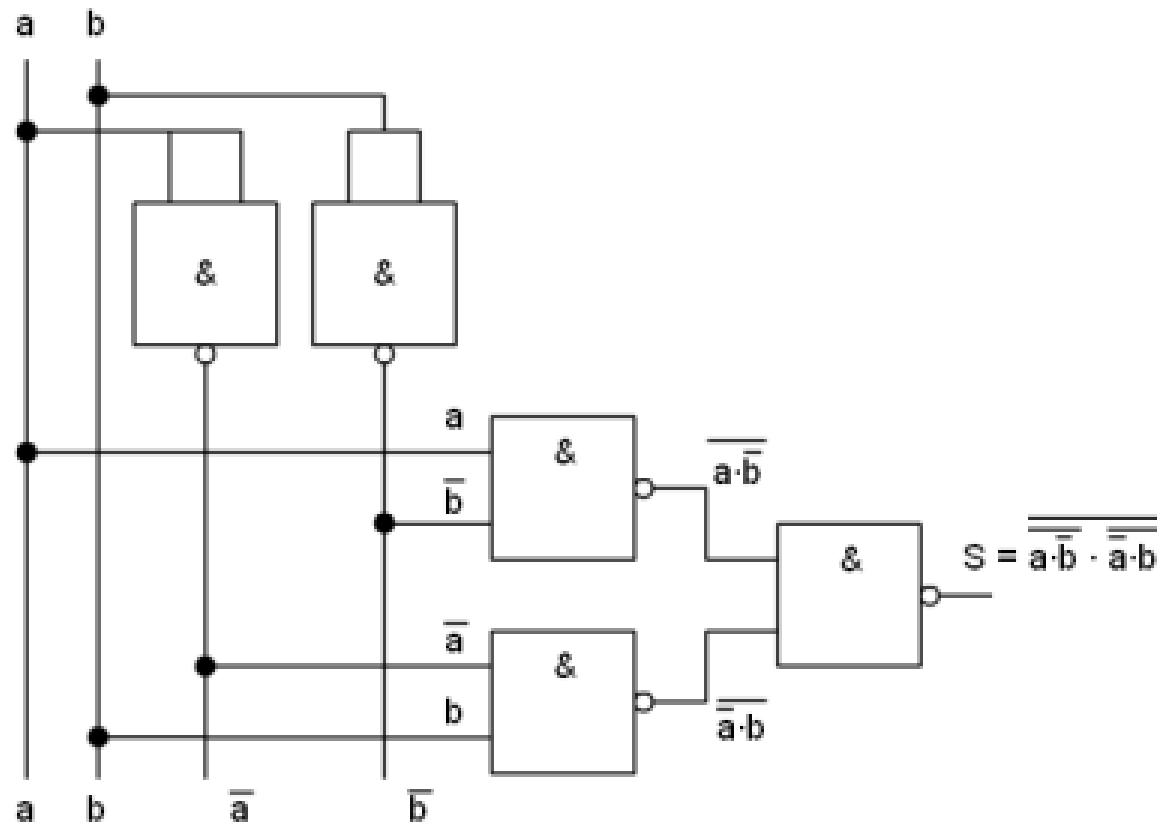
1.- Doble inversión

$$S = \overline{\overline{a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b}}$$

2.- Aplicar teoremas de Demorgan

$$S = \overline{(a \cdot \bar{b}) \cdot (\bar{a} \cdot b)}$$

3.- Implementar con NAND



Funciones sólo NOR

Teoremas de Demorgan

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

Función

$$S = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b$$

1.- Doble inversión

$$S = \overline{\overline{a \cdot \bar{b}}} + \overline{\overline{\bar{a} \cdot b}}$$

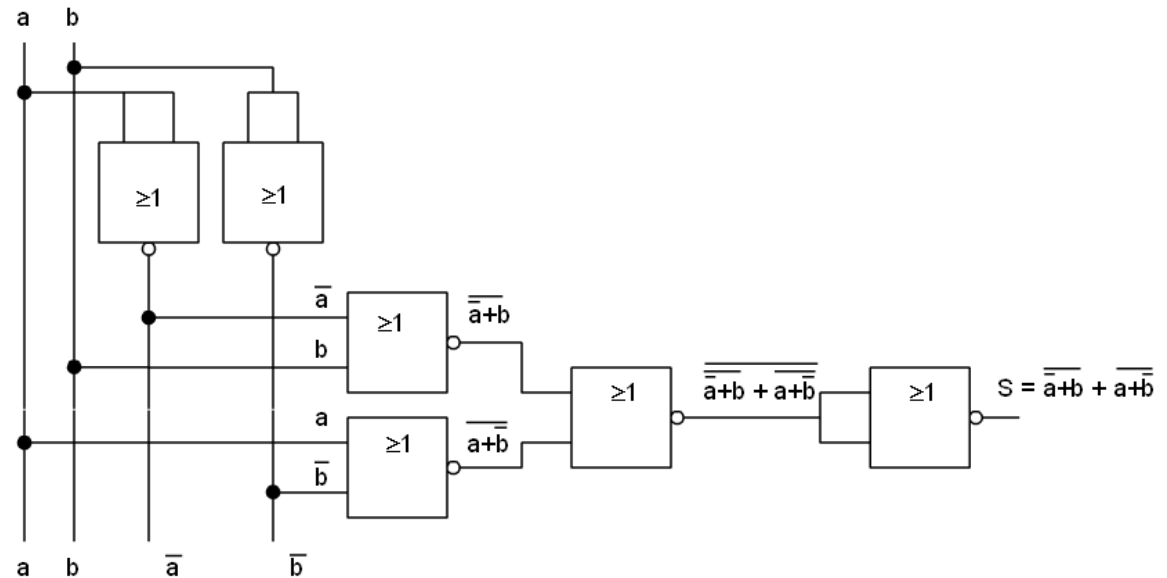
2.- Aplicar teoremas de Demorgan

$$S = \overline{(\bar{a} + \bar{\bar{b}})} + \overline{(\bar{\bar{a}} + \bar{b})}$$

3.- Quitamos doble inversión

$$S = \overline{(\bar{a} + b)} + \overline{(a + \bar{b})}$$

4.- Implementar con NOR



Otro ejemplo NAND

Función

$$S = a \cdot (\bar{c} + b) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

1.- Doble inversión

$$S = \overline{\overline{a \cdot (\bar{c} + b) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}}$$

2.- Aplicar teoremas de Demorgan

$$S = \overline{\overline{a \cdot (\bar{c} + b)} \cdot \overline{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}}$$

3.- Doble inversión del paréntesis

$$S = \overline{\overline{a \cdot (\bar{c} + b)} \cdot \overline{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}}$$

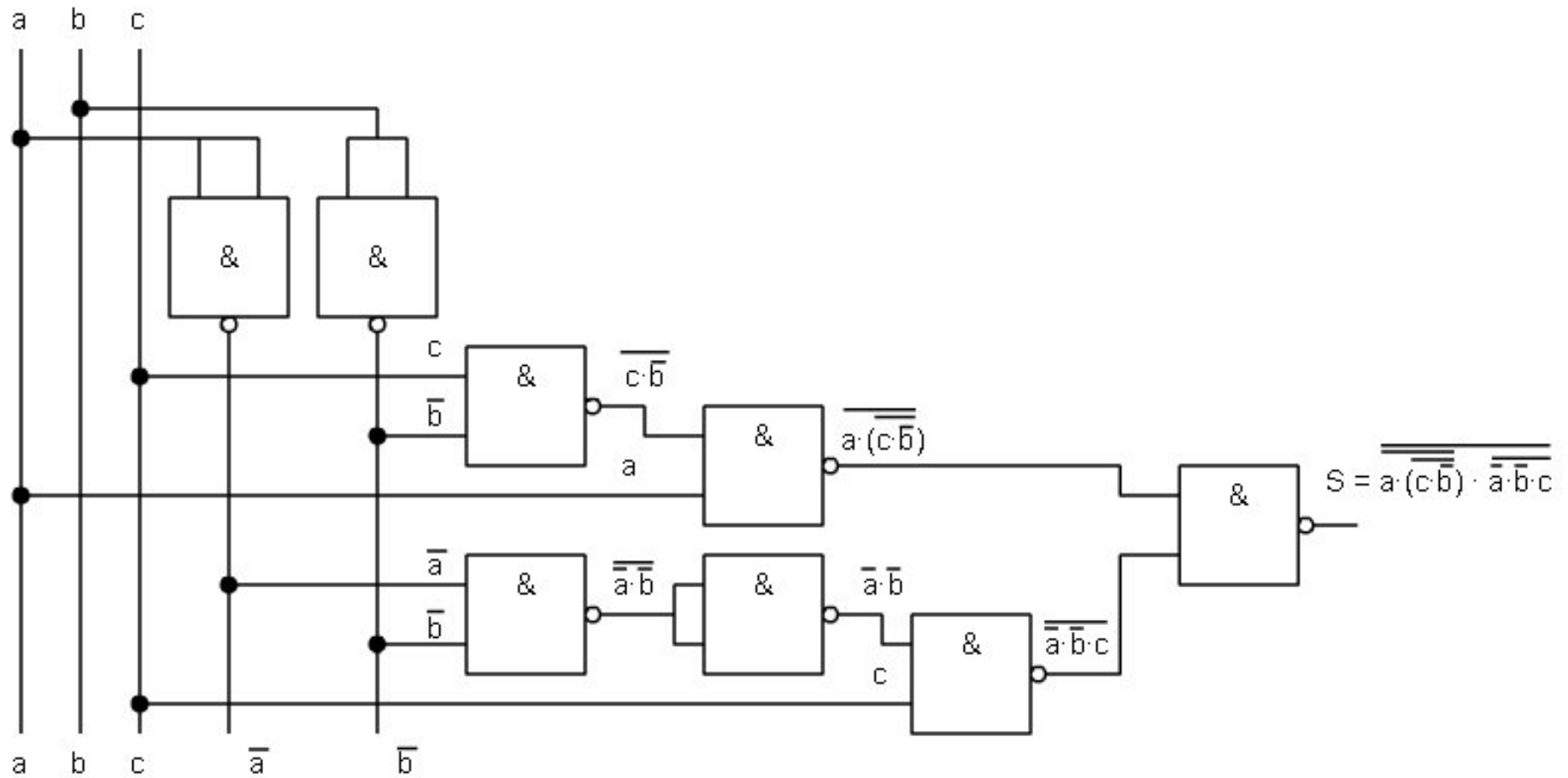
4.- Aplicar teoremas de Demorgan en paréntesis

$$S = \overline{\overline{a \cdot (\bar{c} \cdot \bar{b})} \cdot \overline{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}}$$

5.- Quitamos doble inversión

$$S = \overline{a \cdot (\bar{c} \cdot \bar{b}) \cdot \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}$$

Implementación con NAND



Otro ejemplo NOR

Función

$$S = a \cdot (\bar{c} + b) + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

2.- Aplicar teoremas de Demorgan

$$S = \overline{\bar{a} + (\bar{c} + b)} + \overline{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}}$$

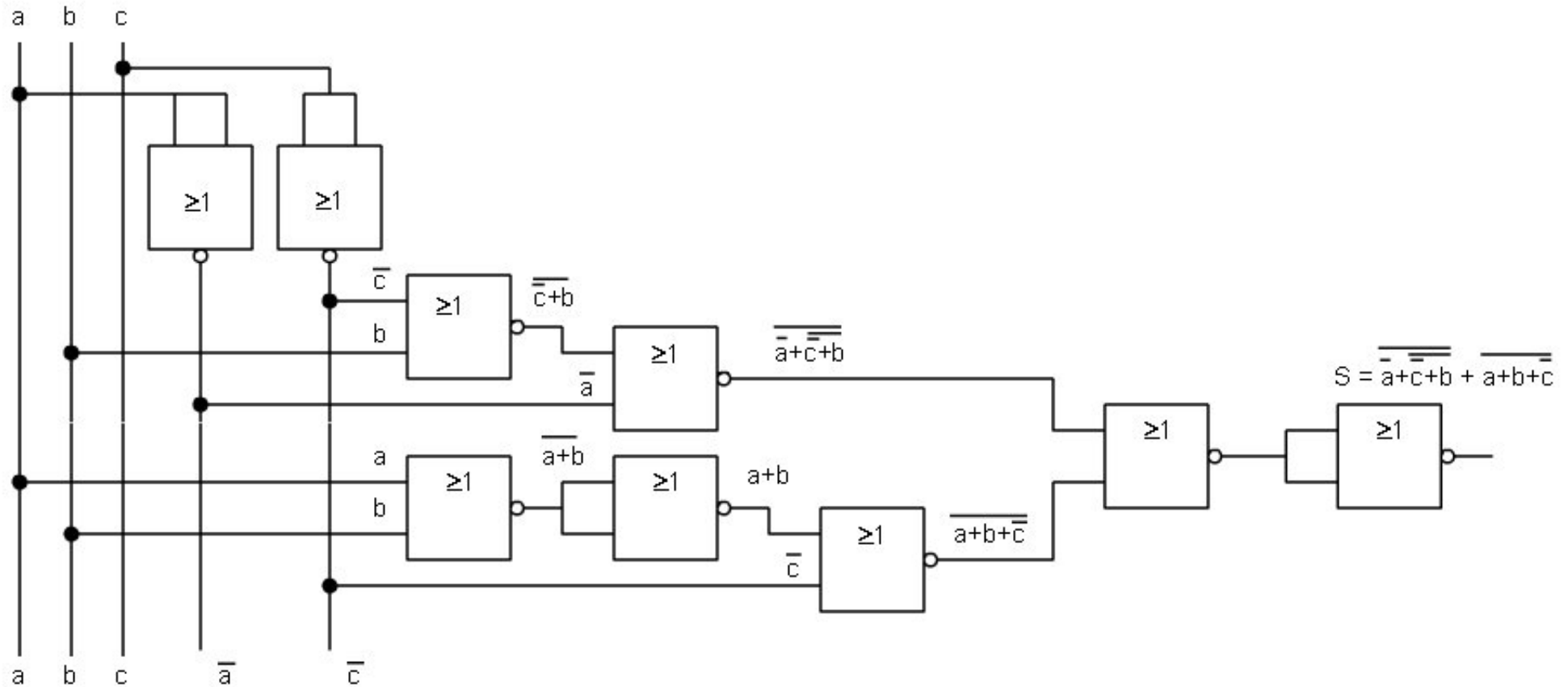
1.- Doble inversión

$$S = \overline{\overline{a \cdot (\bar{c} + b)}} + \overline{\overline{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c}}$$

3.- Quitamos doble inversión

$$S = \overline{\bar{a} + (\bar{c} + b)} + \overline{a + b + \bar{c}}$$

Implementación con NOR



Resolución de problemas

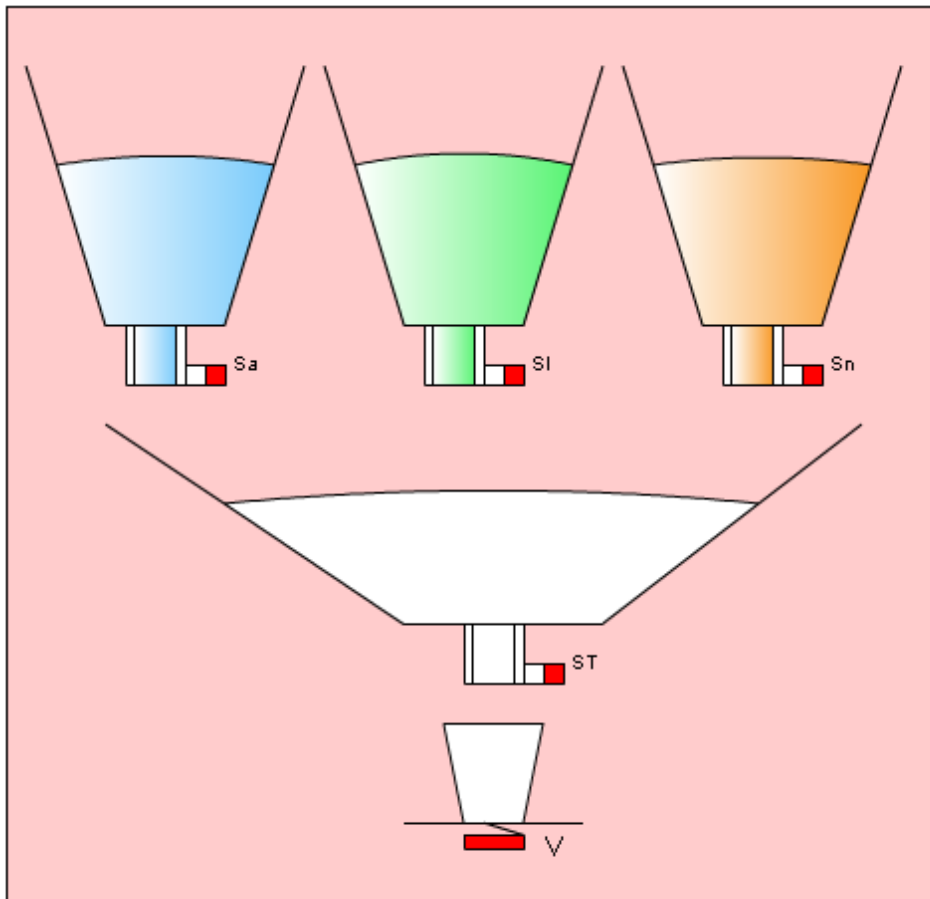


Pasos a seguir:

- 1.- Identificar las entradas y salidas**
- 2.- Crear la tabla de verdad**
- 3.- Obtener la función simplificada**
- 4.- Implementar la función con puertas de todo tipo, puertas NAND y puertas NOR**

Enunciado de un problema lógico

Máquina expendedora de refrescos



Puede suministrar agua fresca, agua con limón y agua con naranja. Pero no puede suministrar nunca limón solo, naranja sola, ni limón con naranja solos o con agua.

La cantidad de cada líquido sale cuando se activa la electroválvula correspondiente, Sa (agua), SI (limón), Sn (naranja), Y está activada la salida general (ST), y se encuentra el vaso en su sitio (V).

Tenemos tres pulsadores Pa (agua), PI (limón) y Pn (naranja). Deben pulsarse uno o dos según lo que deseemos.

Identificar entradas y salidas

1.- Identificar las entradas y salidas

Entradas, serán los pulsadores **Pa**, **Pl**, **Pn** y el sensor que detecta la presencia del vaso **V**.

Pulsador pulsado será “1” y no pulsado será “0”

Salidas, serán todas las electroválvulas sobre las que hay que actuar, **Sa**, **Sl**, **Sn** y **ST**.

Cuando la electroválvula en cuestión valga “1” permitirá que salga la cantidad de líquido necesario

Tabla de verdad

2.- Crear la tabla de verdad

Entradas				Salidas			
V	Pa	Pl	Pn	ST	Sa	Sl	Sn
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	0	0

Funciones simplificadas

3.- Obtener la función simplificada

La función de la electroválvula **ST** y **Sa** es la misma, la obtenemos por Karnaugh

Sa = ST

<div>V Pa</div> <div>Pn Pl</div>					
		0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	0	0 ₀	0 ₂	0 ₃	0 ₁
0 1	0	0 ₄	0 ₆	0 ₇	0 ₅
1 1	1	1 ₁₂	1 ₁₄	0 ₁₅	1 ₁₃
1 0	0	0 ₈	0 ₁₀	0 ₁₁	0 ₉

Variables V, Pa, Pl y Pn

El resto de variables no se pueden simplificar puesto que sólo tienen un término en el que vale “1”.

$$Sl = V \cdot Pa \cdot Pl \cdot \overline{Pn}$$

$$Sn = V \cdot Pa \cdot \overline{Pl} \cdot Pn$$

$$ST = Sa = V \cdot Pa \cdot \overline{Pn} + V \cdot Pa \cdot \overline{Pl} = V \cdot Pa \cdot (\overline{Pl} + \overline{Pn})$$

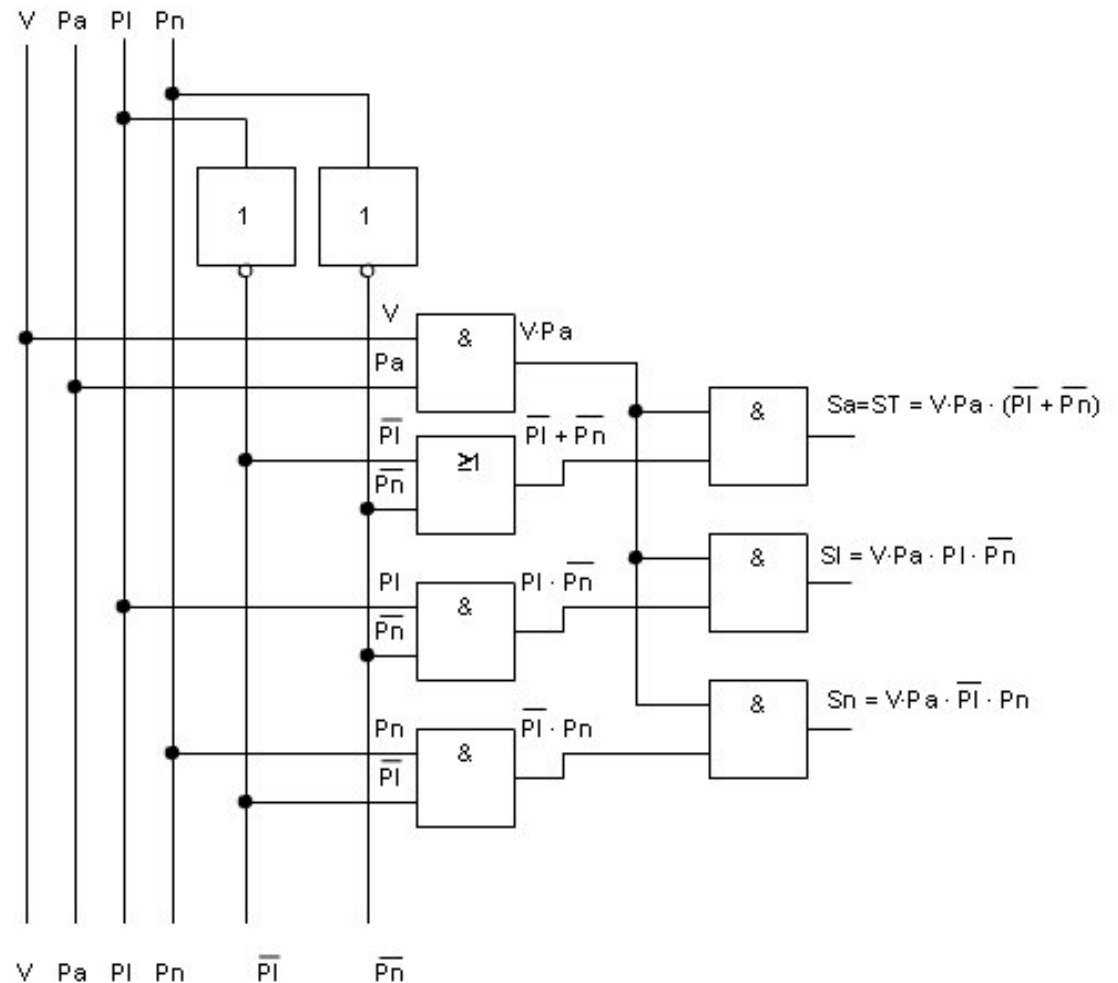
Puertas de todo tipo

4.- Implementar las funciones con puertas de todo tipo

$$ST = Sa = V \cdot Pa \cdot (\overline{Pl} + \overline{Pn})$$

$$Sl = V \cdot Pa \cdot Pl \cdot \overline{Pn}$$

$$Sn = V \cdot Pa \cdot \overline{Pl} \cdot Pn$$



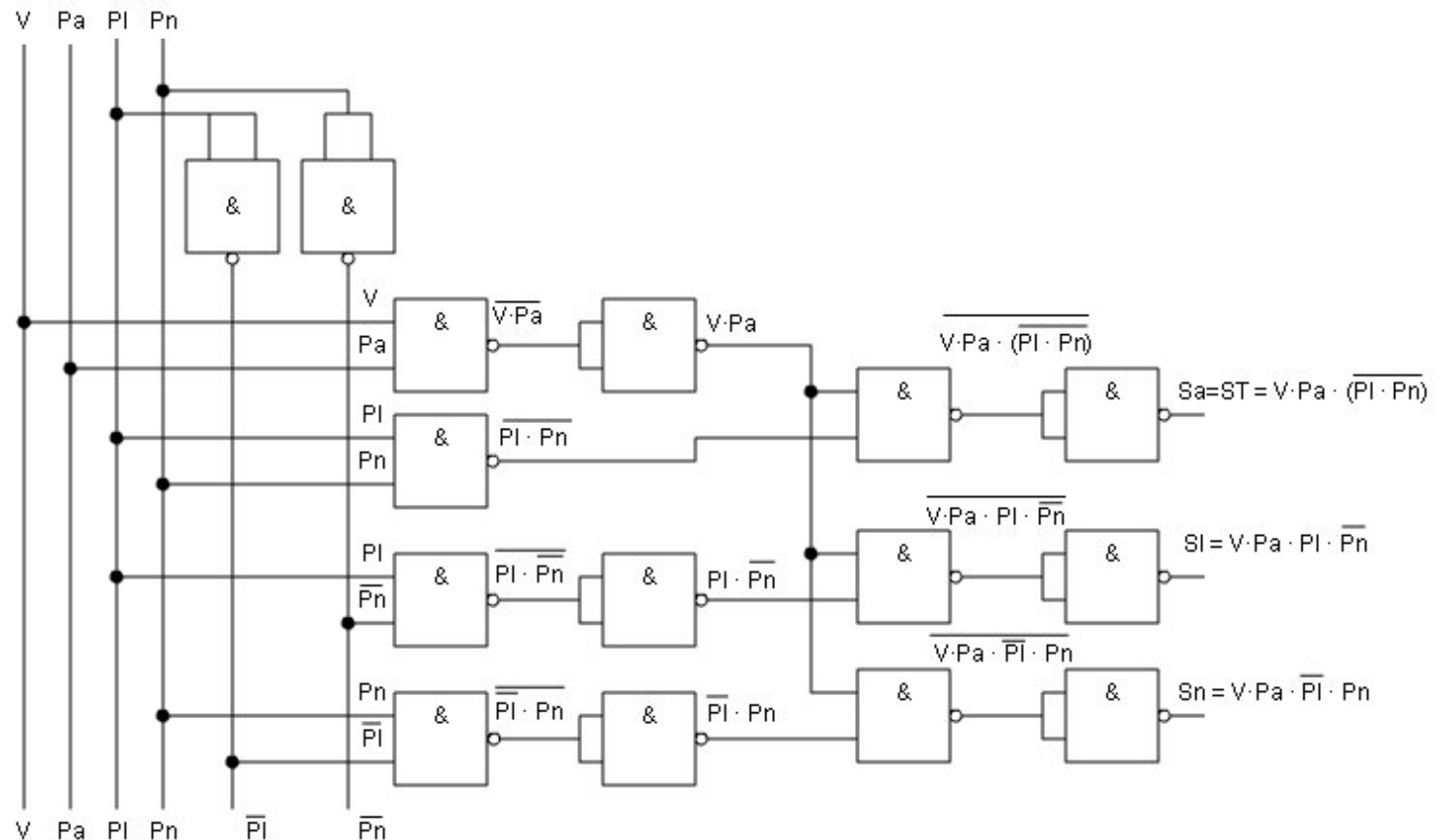
Puertas NAND

4.- Implementar las funciones con puertas NAND

$$ST = Sa = V \cdot Pa \cdot \overline{(Pl \cdot Pn)}$$

$$Sl = V \cdot Pa \cdot Pl \cdot \overline{Pn}$$

$$Sn = V \cdot Pa \cdot \overline{Pl} \cdot Pn$$



Puertas NOR

4.- Implementar las funciones con puertas NOR

$$ST = Sa = \overline{\overline{V} + \overline{Pa} + (\overline{Pl} + \overline{Pn})}$$

$$Sl = \overline{\overline{V} + \overline{Pa} + \overline{Pl} + \overline{Pn}}$$

$$Sn = \overline{\overline{V} + \overline{Pa} + \overline{Pl} + \overline{Pn}}$$

